ASA 2009, välitentti 8.10.2007 klo 14–16

1. Lisää järjestyksessä avaimet 3, 5, 7, 2, 4, 8 ja 1

   (a) (tasapainottamattomaan) binaariseen hakupuuhun (1 p.)

   (b) 2-3-4-puuhun (1 p.)

   (c) 2-kekoon (1 p.)

   Piirrä rakenne kunkin lisäyksen jälkeen.

2. Esitä jokin n-alkioista taulukkoa käsittelevä proseduuri, jonka aikakompleksisuutta kuvaa palautuskaava

$$T(n) \leq 4T(\lceil n/2 \rceil) + O(n^2)$$

   (Sillä ei ole väliä, mitä proseduuri muuten tekee.) Arvioi proseduurin aikakompleksisuus. (5 p.)

3. Halutaan testata, löytyykö taulukosta $A[1..n]$ vastalukua jollekin taulukon $B[1..n]$ luvulle; taulukot sisältävät kokonaislukuja. Esimerkiksi taulukoiden sisällöillä $[2, -4, -3, 2]$ ja $[1, 3, -1, -2]$ vastaus olisi "kyllä", koska niistä löytyy kaksikin vastalukuparia, $(2, -2)$ ja $(-3, 3)$. Esitä tehtävän suorittava algoritmi ja arvioi sen aikakompleksisuus suhteessa taulukoiden kokoon n.

   ("Brute-force" 3 p, kertaluokkaa tehokkaampi 6 p.)

4. Ei-negatiivisille kokonaisluvuille n ja k määritellyt *Eulerin luvut* $E_{n,k}$ nousevat esiin mm. lajittelualgoritmien analysoinnissa. Eulerin luvut voi laskea seuraavilla palautuskaavoilla:

$$E_{n,k} = \begin{cases} 1, & \text{jos } k = 0, \\ (k+1)E_{n-1,k} + (n-k)E_{n-1,k-1}, & \text{jos } 0 < k < n \text{ ja} \\ 0 & \text{muuten.} \end{cases}$$

n^2

   Laadi kaavoihin perustuva polynomisessa ajassa toimiva algoritmi Eulerin luvun $E_{n,k}$ laskemiseksi syöteluvuista n ja k. (Ol. $0 < k < n$). Arvioi algoritmin aikakompleksisuus. (6 p.)

(Yhteensä max. 20 p.)