

Tentissä saa olla mukana YKSIPUOLINEN A4-luntti, joka palautetaan tenttipaperin yhteydessä.

Lisäksi mukana saa olla kynä, kumi, viivain ja laskin.

Max pistemäärä 15p. Tee kaikki tehtävät ja katso tarkasti, mitä kysytään. Muista myös perustelut, pelkkä vastaus on noin 0,5-1 pisteen arvoinen. Tee **joko** tehtävä 4 **tai** tehtävä 5, ei siis molempia.

1. Ratkaise: $3^n - 4X_{n-1} + 5X_{n-2} = X_n$, $X_0 = \frac{66}{32}$, $X_1 = \frac{99}{16}$, $X_2 = -5\frac{7}{16}$ (4p)

2. Jos yhtenäisessä tasograafissa on 10 särmää ja lyhimmän syklin pituus on 3, niin:
- kuinka monta tahoja tällaisessa tasograafissa voisi **enintään** olla? Piirrä tällainen tasograafi.
 - Entä kuinka monta tahoja voisi **vähintään** olla? Piirrä tällainen tasograafi.
- (a- ja b-kohtien vaatimusten ei tarvitse olla yhtä aikaa voimassa.) (1,5+1,5p)

3. Selitä ymmärrettävästi seuraavat määritelmät/sanat (á 1p):
- minifunktio
 - tautologia
 - n-arinen Boolean funktio
 - rinnakkaiset monomiaalit

Tee JOKO tehtävä 4 TAI tehtävä 5.

Jos teet molemmat tehtävät, niin heikommin mennyt arvostellaan.

Joko:

4.

- Kuinka monta kärkeä ja särmää on graafissa K_5 ja K_7 ? Entä graafissa K_n ? (2p)
- Ratkaise: $X_n - 5X_{n-1} + 6X_{n-2} = 0$ (2p)

tai:

5.

- Ratkaise: $X_{n-1} = 3 - X_n$ (2p)
- Perustele/todista seuraava väite: Olkoon n-arinen monomiaali m . $m^{-1}\{1\}$:ssä on 2^{n-d} alkioita, kun m:n kertaluku on d. (2p)

Tenttitehtäviä:

Elokuvassa Alien 13 suomalainen tutkija Kake tutkii tuntematonta eliötä BUG007. Hän on havainnut seuraavaa: aluksi eliöitä oli ainoastaan yksi, b_1 . Vuorokauden kuluessa b_1 on tuottanut kolme jälkeläistä b_{11} , b_{12} ja b_{13} ja *jokainen* näistä kolmesta jälkeläisestä tuottaa vuorokauden kuluessa kolme uutta jälkeläistä (b_{111} , b_{112} , b_{113} ja b_{121} , b_{122} , b_{123} ja b_{131} , b_{132} , b_{133}) jne, jne... Eliöiden lisääntyminen jatkuu siis edellä mainitun idean mukaisesti. Eliö tuottaa jälkeläisiä vain kerran. Lisääntymiset tapahtuvat yhtä aikaa ja oletetaan, ettei yksikään eliö kuole.

- Piirrä eliön lisääntymistä esittävä graafi. (1p)
- Totea Eulerin teoreemaa käyttäen, että kyseessä on tasograafi. (1p)
- Kuinka monta eliötä yhteensä on olemassa, kun on kulunut n vuorokautta? (2p)
- Kuinka monen vuorokauden kuluessa eliöitä on yhteensä jo yli 260 000 kpl? (2p)

Ratkaise $X_n - 4X_{n-1} = 2^n - 4X_{n-2}$; $X_0 = 0, X_1 = 3$

Miten saadaan lukujonon seuraava termi selville, mitä logiikkaa sarja siis noudattaa?: Sarja on: 0, 1, 1, 0, -1, -1, 0, 1, 1, 0, -1, -1, 0 ...Esitä logiikka differenssiyhtälönä ja ratkaise keksimäsi differenssiyhtälö.