

Todennäköisyysmallit, päätely ja epäparametriset menetelmät
Tentti 13.03.2015

Tentissä saa olla mukana:
- Kirjoitusvälineet
- Ylioppilaskirjoituksiin hyväksytyt laskin
- Tenttipaperin yhteydessä jaettavat liitteet

1. On todettu, että kirjanpitoon merkityissä oikeissa kirjauksissa ensimmäinen numero D noudattaa ns. Benfordin lakia. Sen mukaan satunnaisesti poimitun kirjauksen ensimmäisen numeron todennäköisyys saadaan lausekkeesta $\mathbb{P}(D = k) = \log_{10}(1 + (1/k))$, missä $k = 1, 2, \dots, 9$.

k :n arvo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\mathbb{P}(D = k) = \log_{10}(1 + (1/k))$	0.301	0.176	0.125	0.097	0.079	0.067	0.058	0.051	0.046

- (a) Valitaan yksi kirjaus satunnaisesti. Laske odotusarvo satunnaismuuttujalle

$$X = \begin{cases} 1, & \text{valitun kirjauksen ensimmäinen numero on 8 tai 9} \\ 0, & \text{muutoin.} \end{cases}$$

- (b) Laske arvio todennäköisyydelle, että satunnaisesti poimitun 1000 kirjauksen joukossa on ainakin 100 sellaista, joiden ensimmäinen numero on 8 tai 9.

2. Käytössäsi on yhdeksän havainnon otos normaali jakaumasta, jonka keskihajonta on 1. Haluat testata hypoteeseja $H_0 : \mu = 0$ vs. $H_1 : \mu > 0$ (tässä μ on perusjoukon odotusarvo) omalla testilläsi seuraavasti: Hylkää H_0 :n, jos otoskeskiarvolle pätee $\bar{x} > 0.2$ ja hyväksyt H_0 :n muilla otoskeskiarvon arvoilla

- (a) mikä on testisi 1. lajin virheen todennäköisyys?
(b) mikä on testisi 2. lajin virheen todennäköisyys, kun todellisuudessa $\mu = 0.05$?

3. Koe-eläinten hoitaja ajatteli vähentää kustannuksia ruokkimalla koe-eläiminä käytettäviä rottia ruokavaliolla, joka on paljon halvempi kuin nykyisin käytetty. Ruokavalio päätettiin vaihtaa, jos eläintenhoitaja pystyy osoittamaan, että se ei aiheuta rotille painonmenetystä nykyiseen ruokavalioon verrattuna. Kokeeseen otettiin 10 rottia, jotka jaettiin satunnaisesti eri ruokavaliolle. Kokeen aikana rottien paino lisääntyi seuraavasti (grammaa).

Uusi ruokavalio:

22.5, 20.1, 15.4, 16.8, 23.5

Nykyinen ruokavalio:

11.4, 13.7, 20.3, 14.7, 11.8

Selvitä testaamalla, onko vanha ruokavalio parempi kuin uusi. Kirjoita myös hypoteesit näkyviin. $\alpha = 0.05$

Käännä

4. Vuosien 1990 - 2011 perusteella, sähkö yhtiö tietää, että vuoden loputtua 80 % sen asiakkaista on maksanut laskunsa ajoissa, 10 % kuukauden myöhässä, 6 % 2 kuukautta myöhässä ja 4 % enemmän kuin kaksi kuukautta myöhässä. Vuoden 2012 aikana sähköyhtiön alueella oli kovia pakkasia. Vuoden 2012 loputtua tehtiin 400 lähetetyn laskun satunnaisotos, jossa ajallaan maksaneita on 287, 49 maksuista oli kuukauden myöhässä, 30 kaksi kuukautta myöhässä ja 34 enemmän kuin kaksi kuukautta myöhässä. Selvitä testaamalla:

Onko tehdyn satunnaisotoksen perusteella epäiltävissä, että kovat pakkaset vuonna 2012 ovat aiheuttaneet muutosta asiakkaiden laskujen maksutavoissa verrattuna aikaisempiin vuosiin? Jos muutosta on, niin millaista muutos on ollut? $\alpha = 0.05$

80%	10%	6%	4%
287	49	30	34