ASA 2009, 2. välikoe / lopputentti, 5.11.2008 klo 8–12

Merkitse vastaukseesi, osallistutko toiseen välikokeeseen (VK2) vai lopputenttiin (LT). Välikoe sisältää tehtävät 4–7. Lopputentti sisältää *lisäksi **kaksi** valinnaista* tehtävistä 1–3. (Jos vastaat kolmeen, vastauksista 1–3 vastauspaperilla viimeisin jätetään huomiotta.)

1. Selitä lyhyesti asymptoottisten kertaluokkamerkintöjen $O(f(n))$, $\Theta(f(n))$ ja $\Omega(f(n))$ käyttötapa ja merkitys algoritmien aikakompleksisuutta kuvattaessa.

2. Sanotaan merkkijonon C olevan merkkijonojen A ja B *limitys*, jos se muodostuu limittämällä jonojen A ja B merkit niiden alkuperäisessä järjestyksessä. Esimerkiksi "KAAKELI" on merkkijonojen "ALI" ja "KAKE" limitys. Esitä ja analysoi polynomisessa ajassa toimiva algoritmi, joka saa syötteenä kolme merkkijonoa $A[1 \ldots n]$, $B[1 \ldots m]$ ja $C[1 \ldots n+m]$, ja testaa onko C jonojen A ja B limitys. (Vihje: dynaaminen ohjelmointi)

3. Selitä toimintaperiaatteen tasolla jokin lajittelualgoritmi, joka on pahimman tapauksen aikakompleksisuudeltaan optimaalinen. Perustele menetelmän kompleksisuus sekä se, mistä tämä aikakompleksisuus tiedetään optimaaliseksi.

---

4. Esitä ja analysoi jokin mahdollisimman yksinkertainen hajasaantikone, joka laskee jonkin hyvin määritellyn kuvauksen, ja jonka aikakompleksisuus yksikkökustannuksen ja logaritmisen kustannuksen mukaan arvioituina ovat keskenään eri kertaluokkaa. Syöte- ja tulosnauhan käsittelyä ei tarvitse kuvata, eli kone saa ottaa syötteensä muistista ja jättää tuloksensa muistiin.

5. Kuinka (deterministisen ja epädeterministisen) Turingin koneen aika- ja tilakompleksisuus määritellään?

6. *Väritettävyys*-ongelma nähtiin NP-vaikeaksi palautuksella, joka muuntaa 3SAT-ongelman tapauksen w verkoksi $G(w)$. Alla esitetään tähän palautukseen liittyviä väittämiä. Vastaa kuhunkin OIKEIN, jos väittämä on järkevä ja pitää paikkansa, tai VÄÄRIN, jos väittämä on järjetön tai ei pidä paikkaansa:
   (a) Tapaus w on konjunktiivisessa normaalimuodossa oleva propositiokaava.
   (b) Verkko $G(w)$ on lineaarisen kokoinen suhteessa kaavan w pituuteen.
   (c) Verkko $G(w)$ on eksponentiaalisen kokoinen suhteessa kaavan w pituuteen, mutta epädeterministinen Turingin kone voi muodostaa sen polynomisessa ajassa.
   (d) Laillisessa värityksessä jokaisella yhteen solmuun liittyvällä kaarella on eri väri.
   (e) Verkolle $G(w)$ muodostuu laillinen väritys asettamalla jokaiselle solmulle eri väri.
   (f) Verkon $G(w)$ laillinen väritys vaatii vähintään neljä eri väriä.
   (g) Kaavan w toteutuvuus ratkeaa selvittämällä verkon $G(w)$ minimaalisen solmupeitteen koko.

(h) Jos kaava w on toteutuva, kolme väriä riittää verkon $G(w)$ lailliseen väritykseen.

(i) Jos kaava w ei ole toteutuva, jokin verkon $G(w)$ laillisista värityksistä vaatii eksponentiaalisen monta väriä.

(j) Palautus osoittaa, että jos propositiokaavojen toteutuvuus pystytään ratkaisemaan polynomisessa ajassa, niin *Väritettävyyys* pystytään ratkaisemaan polynomisessa ajassa.

(k) Palautus osoittaa, että jos *Väritettävyyys* pystytään ratkaisemaan polynomisessa ajassa, niin myös 3-konjunktiivisten propositiokaavojen toteutuvuus pystytään ratkaisemaan polynomisessa ajassa.

(l) Palautus osoittaa, että jos konjunktiivisessa normaalimuodossa olevien propositiokaavojen toteutuvuuden testaaminen vaatii eksponentiaalisen ajan, niin myös *Väritettävyyys*-ongelman ratkaiseminen vaatii eksponentiaalisen ajan.

7. Selitä lyhyesti mutta täsmällisesti

(a) NP-täydellinen ongelma

(b) "Branch-and-bound"-menetelmä

(c) ϵ-approksimaatio

(VK2 yht. max. 4×6 p, LT yht. max. 6×6 p.)