

**Tentissä saa olla mukana YKSIPUOLINEN A4-luntti, joka palautetaan tenttipaperin yhteydessä.**

**Lisäksi mukana saa olla kynä, kumi, viivain ja laskin.**

Max pistemäärä 15p. Tee kaikki tehtävät ja katso tarkasti, mitä kysytään. Muista myös perustelut, pelkkä vastaus on noin 0,5-1 pisteen arvoinen. Tee **joko** tehtävä 4 **tai** tehtävä 5, ei siis molempia.

1. Ratkaise:  $3^n - 4X_{n-1} + 5X_{n-2} = X_n$ ,  $X_0 = \frac{66}{32}$ ,  $X_1 = \frac{99}{16}$ ,  $X_2 = -5\frac{7}{16}$  (4p)

2. Jos yhtenäisessä tasograafissa on 10 särmää ja lyhimmän syklin pituus on 3, niin:
- kuinka monta tahoja tällaisessa tasograafissa voisi **enintään** olla? Piirrä tällainen tasograafi.
  - Entä kuinka monta tahoja voisi **vähintään** olla? Piirrä tällainen tasograafi.
- (a- ja b-kohtien vaatimusten ei tarvitse olla yhtä aikaa voimassa.) (1,5+1,5p)

3. Selitä ymmärrettävästi seuraavat määritelmät/sanat (á 1p):
- minifunktio
  - tautologia
  - n-arinen Boolean funktio
  - rinnakkaiset monomiaalit

**Tee JOKO tehtävä 4 TAI tehtävä 5.**

**Jos teet molemmat tehtävät, niin heikommin mennyt arvostellaan.**

**Joko:**

4.

- Kuinka monta kärkeä ja särmää on graafissa  $K_5$  ja  $K_7$ ? Entä graafissa  $K_n$ ? (2p)
- Ratkaise:  $X_n - 5X_{n-1} + 6X_{n-2} = 0$  (2p)

**tai:**

5.

- Ratkaise:  $X_{n-1} = 3 - X_n$  (2p)
- Perustele/todista seuraava väite: Olkoon n-arinen monomiaali  $m$ .  $m^{-1}\{1\}$ :ssä on  $2^{n-d}$  alkioita, kun m:n kertaluku on d. (2p)

## Tenttitehtäviä:

Elokuvassa Alien 13 suomalainen tutkija Kake tutkii tuntematonta eliötä BUG007. Hän on havainnut seuraavaa: aluksi eliöitä oli ainoastaan yksi,  $b_1$ . Vuorokauden kuluessa  $b_1$  on tuottanut kolme jälkeläistä  $b_{11}$ ,  $b_{12}$  ja  $b_{13}$  ja *jokainen* näistä kolmesta jälkeläisestä tuottaa vuorokauden kuluessa kolme uutta jälkeläistä ( $b_{111}$ ,  $b_{112}$ ,  $b_{113}$  ja  $b_{121}$ ,  $b_{122}$ ,  $b_{123}$  ja  $b_{131}$ ,  $b_{132}$ ,  $b_{133}$ ) jne, jne... Eliöiden lisääntyminen jatkuu siis edellä mainitun idean mukaisesti. Eliö tuottaa jälkeläisiä vain kerran. Lisääntymiset tapahtuvat yhtä aikaa ja oletetaan, ettei yksikään eliö kuole.

- Piirrä eliön lisääntymistä esittävä graafi. (1p)
- Totea Eulerin teoreemaa käyttäen, että kyseessä on tasograafi. (1p)
- Kuinka monta eliötä yhteensä on olemassa, kun on kulunut  $n$  vuorokautta? (2p)
- Kuinka monen vuorokauden kuluessa eliöitä on yhteensä jo yli 260 000 kpl? (2p)

Ratkaise  $X_n - 4X_{n-1} = 2^n - 4X_{n-2}$  ;  $X_0 = 0, X_1 = 3$

Miten saadaan lukujonon seuraava termi selville, mitä logiikkaa sarja siis noudattaa?: Sarja on: 0, 1, 1, 0, -1, -1, 0, 1, 1, 0, -1, -1, 0 ...Esitä logiikka differenssiyhtälönä ja ratkaise keksimäsi differenssiyhtälö.