Matematiikan peruskurssi
Uusintakoe 10.4.2006

Mukana tentissä saa olla laskin, mutta ei muuta oheismateriaalia.
Ratkaise seuraavista tehtävistä vain **neljä**.

1. Määritä perustellen funktion f lokaalit ääriarvot ja niiden laatu, kun
$$f(x,y) = y^2x - y^2 - 2x^2 + 1.$$

2. Ratkaise alkuarvotehtävä
$$\begin{cases} y' = 4^{-1}yx^{-1} \\ y(1) = e, \end{cases}$$
kun $x > 0$.

3. Määrää kompleksiluvun z moduli ja vaihekulma, kun
$$z = \frac{4+8i}{2+i}.$$

4. Ratkaise käyttäen Gaussin eliminointimenetelmää (välivaiheet näkyviin):
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 = -12 \\ -x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 26 \\ 6x_1 + x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

5. Millä arvoilla $a \in \mathbb{R}$ matriisi A on kääntyvä, kun
$$A = \begin{pmatrix} -4 & 3+a \\ a-2 & -2 \end{pmatrix}.$$

KAAVOJA:

$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$,

$D\sin x = \cos x$, $D\cos x = -\sin x$,

$D\,fg = f'g + fg'$, $D\,(f \circ g)(x) = f'(g(x))g'(x)$,

$D\,x^k = kx^{k-1}$, $D\,e^x = e^x$, $D\ln x = x^{-1}$ (kun $x > 0$).

Jos kriittisessä pisteessä (x_0, y_0):

a) $D_{11}f(x_0,y_0)D_{22}f(x_0,y_0) - (D_{12}f(x_0,y_0))^2 > 0$ ja $D_{11}f(x_0,y_0) > 0 \Rightarrow$ pisteessä lokaali minimi

b) $D_{11}f(x_0,y_0)D_{22}f(x_0,y_0) - (D_{12}f(x_0,y_0))^2 > 0$ ja $D_{11}f(x_0,y_0) < 0 \Rightarrow$ pisteessä lokaali maksimi

c) $D_{11}f(x_0,y_0)D_{22}f(x_0,y_0) - (D_{12}f(x_0,y_0))^2 < 0 \Rightarrow$ satulapiste.